Министерство образования и науки Российской Федерации
Новосибирский государственный технический университет

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

Эрлагольская тетрадь

Избранные открытые вопросы по алгебре и теории моделей, поставленные участниками Эрлагольских школ-конференций

составители:
А. Г. Пинус, Е. Н. Порошенко, С. В. Судоплатов

технический редактор О. Ю. Бреднихина

Новосибирск
2018

УДК 510, 512
Э79

Э79. **Эрлагольская тетрадь.** Избранные открытые вопросы по алгебре и теории моделей, поставленные участниками Эрлагольских школ-конференций // составители: А. Г. Пинус, Е. Н. Порошенко, С. В. Судоплатов. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018 — 40 с.

ISBN 978-5-7782-3548-9

Представлены избранные открытые вопросы по алгебре и теории моделей, сформулированные участниками 12-ти школ-конференций “Пограничные вопросы универсальной алгебры и теории моделей”, проходивших на турбазе НГТУ Эрлагол, Республика Алтай.

Технический редактор О. Ю. Бреднихина

УДК 510, 512

ISBN 978-5-7782-3548-9

Содержание

Предисловие

Летом 2017 года ряд участников 12-ой Международной школы-конференции “Пограничные вопросы универсальной алгебры и теории моделей” (Эрлагол, Республика Алтай): Б. С. Байжанов, С. С. Гончаров, В. М. Копытов, Н. А. Перязев и С. В. Судоплатов обратились к Оргкомитету школы-конференции с предложением собрать и опубликовать открытые и актуальные для участников двенадцати прошедших Эрлагольских конференций вопросы по алгебре и теории моделей. Оргкомитет, в свою очередь, обратился с подобным предложением к большинству из участников прошедших конференций. Полученные им вопросы, условно разбитые на четыре раздела в соответствии с тематикой, представлены в настоящем сборнике.

Новые вопросы и комментарии направляйте по адресу:
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, Кафедра алгебры и матаматической логики,
email: `erlagol@eml.ru`

А. Г. Пинус, Е. Н. Порошенко, С. В. Судоплатов

1. Вопросы по теории моделей

Вопросы Бекенова М. И.

Рассматриваются счетный язык L первого порядка, различные модели и полные теории этого языка.

Определение 1. Модель A элементарно вкладывается в модель B, если существует изоморфизм модели A на элементарную подмодель модели B. Символически это в дальнейшем будем обозначать $A \prec B$.

Определение 2. Пусть $\omega \leq \lambda \leq \mu$, A и B модели языка L,$|A| = |B| = \mu$. Модели A и B назовем λ-подобными (подобными, при $\lambda = \mu$), если $A' \prec B$ для любой модели $A' \prec A$ такой,что $|A'| \leq \lambda$, и $B' \prec A$ для любой модели $B' \prec B$ такой, что $|B'| \leq \lambda$.

Определение 3. Пусть T теория, $\omega \leq \lambda \leq \mu$. Спектральная функция $B_T(\lambda, \mu)$ — количество классов моделей мощности μ по отношению λ-подобия в полной теории T. Функцию $B_T(\mu, \mu)$ обозначим просто $B_T(\mu)$.

Известно [1], что значения этих функций могут отличаться от известной функции $I_T(\mu)$ для одной и той же теории T.
Вопросы.
1.1. Какие значения функций $B_T(\lambda, \mu)$, $B_T(\mu)$ для различных полных теорий T?
1.2. Существует стабильная, не категоричная теория T, у которой для некоторого $\mu \geq \omega_1$ имеет место $B_T(\omega, \mu) = 1$? Если такие теории T есть, то какие значения может принимать $B_T(\omega)$ для таких теорий?

1.3. Построить пример стабильной теории T, у которой $B_T(\omega) = 2$.
1.4. Существует теория T, у которой $2 \le B_T(\omega) < \omega$, а $I(\omega) \ge \omega$?

Литература

[1] Бекенов М. И., Концепция элементарной вложимости в классе моделей счетного языка первого порядка, Algebra and Model Theory 10, Novosibirsk State Technical University, 2015, 39–44.

Вопросы Вербовского В. В.

1.5. Let a structure $\mathcal{M}$ be stable up to Δ [5], and $\mathcal{N}$ its elementary substructure. Is $\mathcal{N}$ stable up to Δ?
1.6. Let T be a theory that is stable up to Δ [5] and $\mathcal{M}$ its model. Is the elementary theory of the expansion $\mathcal{M}^*$ of $\mathcal{M}$ by all externally definable sets [2] stable up to Δ?
1.7. Let for any model $\mathcal{M}$ of a theory T, any subset A of M of some cardinality $\lambda \ge |T|$, and any complete Δ-type s over A the number of all extensions of s up to a complete type over A is not bigger than λ. Does definability of a complete Δ-type s over a set A imply that any completion of s is definable? In particular, is it true for o-stable theories [1]?
1.8. Let an ordered group $\mathcal{M} = (M, <, +, \dots)$ be weakly o-minimal [3] and of finite convexity rank [2]. Is the elementary theory of $\mathcal{M}$ weakly o-minimal?
1.9. Is there an o-stable [1] expansion of a real closed field which is not weakly o-minimal [3]?

Литература

[1] B. Baizhanov, V. Verbovskiy, *O*-stable theories, Algebra and Logic, **50**,3 (2011), 211–225.

[2] B. Sh. Kulpeshov, Countably categorical weakly *o*-minimal structures of finite convexity rank, Sibirsk. Mat. Zh., **57**, 4 (2016), 776–791.

[3] D. Macpherson, D. Marker, Ch. Steinhorn, Weakly *o*-minimal structures and real closed fields // Transactions of The American Mathematical Society, **352** (2000), 5435–5483.

[4] S. Shelah, Dependent first order theories, continued, Israel J. Math., **173** (2009) 1–60.

[5] V. Verbovskiy, On a classification of theories without the independence property, Mathematical Logic Quarterly, **59**, 1–2 (2013), 119.

Вопросы Кулпешова Б. Ш.

1.10. Существует ли счетно категоричная слабо *o*-минимальная структура, которая при обогащении выпуклым унарным предикатом теряет счетную категоричность?
1.11. Существует ли (малая) вполне *o*-минимальная теория, не имеющая принципа замены для алгебраического замыкания?

Вопросы Палютина Е. А.

1.12. Всякий ли счетно категоричный универсальный класс несчетно категоричен?

Вопрос 1.12, вместе с сопутствующими определениями, представлен в книге [1].

1.13. Проблема существования эренфойхтовой теории, имеющей конечную сигнатуру.

1.14. Проблема существования счетной теории T с условием более чем счетного, но менее чем континуального числа простых моделей.

Литература

[1] Справочная книга по математической логике / Под ред. Дж. Барвайса. — М. : Наука, 1982. — ч. 1. Теория моделей. — 392 с.

Вопросы Пинуса А. Г.

1.15. Через $L(I)$ обозначим расширение языка логики первого порядка квантором Хартига (квантором равномощности формульных подмножеств, подробнее об этом см., к примеру, [1]). Под спектром $L(I)$-формулы имеется ввиду совокупность мощностей моделей этой формулы. Остается открытым вопрос о спектрах $L(I)$-формул. В частности, вопрос о совместности с ZF утверждения: спектр любой формулы языка полной логики второго порядка совпадает со спектром некоторой $L(I)$-формулы.

Литература

[1] H. Herre, M. Krynicki, A. Pinus, J. Vaanananen. The Hartig Quantifier: A survey, J. Symbol. Logic, **56**, 4, 1153–1183.

Вопросы Пузаренко В. Г.

1.16. Существует ли допустимое множество $\mathbb{A}$, в котором имеется позитивная вычислимая $\mathbb{A}$-нумерация семейства всех Σ-подмножеств $\mathbb{A}$, но не существует разрешимой вычислимой $\mathbb{A}$-нумерации указанного выше семейства? К данному моменту известны примеры допустимых множеств, имеющих однозначные вычислимые; имеющих разрешимые вычислимые, но не имеющие однозначных вычислимых; не имеющие позитивных вычислимых нумераций семейства всех Σ-подмножеств.

1.17. Существует ли допустимое множество $\mathbb{A}$, в котором имеется позитивная вычислимая $\mathbb{A}$-нумерация семейства всех Σ-подмножеств $\mathbb{A}$, но не существует разрешимой вычислимой $\mathbb{A}$-нумерации указанного выше семейства?

1.18. Существует ли допустимое множество $\mathbb{A}$, в котором имеется универсальная Σ-функция, но не существует позитивной вычислимой $\mathbb{A}$-нумерации семейства всех Σ-функций $\mathbb{A}$, но не существует разрешимой вычислимой $\mathbb{A}$-нумерации указанного выше семейства?

1.19. Существует ли однозначная вычислимая Σ^1_1-нумерация семейства всех Σ^1_1-подмножеств, содержащихся относительно включения в некотором фиксированном полном Σ^1_1-подмножестве?

Вопросы Судоплатова С. В.

1.20. Проблема описания значимых производных структур для данных теорий: структур в генерических классах, алгебр распределения формул, гиперграфов простых моделей, структур с замыканиями, предпорядков Рудин — Кейслера, распределений числа предельных моделей, а также остальных счетных моделей теорий для различных естественных классов алгебраических систем.

1.21. Проблема иерархического описания предельных моделей и остальных счетных моделей теории.

1.22. Проблема иерархического описания счетных однородных моделей для малых теорий и для счетных теорий с континуальным числом типов.

1.23. Проблема существования алгебраических примеров l-эренфойхтовых теорий.

1.24. Проблема существования l-эренфойхтовых теорий в различных классах теорий и в частности в классе простых теорий, не имеющих типы с бесконечным собственным весом.

1.25. Проблема существования l-эренфойхтовой ω-стабильной (суперстабильной) теории.

1.26. Проблема существования теории T с условием более чем счетного, но менее чем континуального числа предельных моделей (для малых теорий эта проблема является переформулировкой проблемы Бута о существовании счетной теории с бесконечным, но менее чем континуальным числом счетных моделей).

1.27. Проблема существования счетной теории T с условием более чем счетного, но менее чем континуального числа непростых непредельных моделей.

Проблемы 1.20–1.27, вместе с сопутствующими определениями,представлены в монографии [1].

Литература

[1] С. В. Судоплатов, Классификация счетных моделей полных теорий. — Новосибирск: НГТУ, 2018.

2. Вопросы по универсальной алгебре (включая теории решеток и клонов)

Вопросы Кравченко А. В., Нуракунова А. М., Швидефски М. В.

2.1. Будет ли множество всех конечных решеток квазимногообразий вычислимым?

Отметим, что проблема, аналогичная проблеме 2.1, была поставлена для многообразий Дж. Макналти. Кроме того, известна целая серия квазимногообразий, содержащих континуум подклассов (подквазимногообразий) $\mathbf{K}$, для которых множество всех конечных подрешеток решетки квазимногообразий $\mathrm{Lq}(\mathbf{K})$ не является вычислимо перечислимым, см. [1, 2].

Следующая проблема является частным случаем общей проблемы Биркгофа — Мальцева об описании решеток квазимногообразий.

2.2. Какие счетные решетки изоморфны решеткам квазимногообразий? В частности, какие счетные цепи изоморфны решеткам квазимногообразий?

Из работы В. И. Туманова [12] следует, что любая конечная дистрибутивная решетка (в частности, любая конечная цепь) изоморфна некоторой решетке квазимногообразий систем предикатной сигнатуры. В. Дзебяк в неопубликованной работе установил аналогичный результат для квазимногообразий систем чисто функциональной сигнатуры, см. также [7, глава 5].

2.3. Существуют ли квазимногообразия алгебраических систем, для которых их решетки подквазимногообразий содержат любую решетку квазимногообразий (конечной сигнатуры) в качестве подрешетки?

Отметим, что подобные квазимногообразия имеет смысл искать лишь среди Q-универсальных квазимногообразий.

2.4. Верно ли, что если квазимногообразие $\mathbf{K}$ алгебраических систем содержит AD-класс, то оно содержит подквазимногообразие, не имеющее покрытий в решетке подквазимногообразий $\mathrm{Lq}(\mathbf{K})$?

2.5. Верно ли, что если квазимногообразие алгебраических систем содержит AD-класс, то оно содержит подквазимногообразие, имеющие неразрешимую квазиэквациональную теорию и неразрешимую проблему вхождения для конечных систем?

Определение AD-класса было введено в работе М. Адамса и В. Дзебяка [1], см. также [13].

Следующие две проблемы являются частными случаями проблем 2.1 и 2.2 соответственно.

Пусть $\mathbf{Q}$ — квазимногообразие фиксированной конечной сигнатуры и пусть $\mathbf{V} \subset \mathbf{Q}$ — его подмногообразие, такое что существует синхронизированное $\mathcal{I}(\mathbf{V})$-полное вложение F категории $\mathbf{G}$ неориентированных графов в $\mathbf{Q}$, обладающее двумя свойствами: гомоморфизм Ff является сильным для любого сильного гомоморфизма графов f; система $F\mathcal{G}$ конечна для любого конечного графа $\mathcal{G} \in \mathbf{G}$.

2.6. Содержит ли квазимногообразие $\mathbf{Q}$ подквазмногообразия, не имеющие покрытий в решетке подквазимногообразий $\mathrm{Lq}(\mathbf{Q})$?

Определение синхронизированного $\mathcal{I}(\mathbf{V})$-полного вложения можно найти в работе В. Кубека и Й. Зихлера [3]. В этой же работе установлено, что в условиях проблемы 2.2 квазимногообразие $\mathbf{Q}$ функциональной сигнатуры содержит AD-класс и поэтому является Q-универсальным. Отметим, что

проблема 2.2 имеет положительное решение в случае, когда $\mathbf{V}$ совпадает с тривиальным многообразием, а функтор F осуществляет конечно-конечное вложение $\mathbf{G}$ в $\mathbf{Q}$, см. [8].
2.7. В условиях проблемы 2.3 верно ли, что квазимногообразие $\mathbf{Q}$ содержит подквазмногообразия, имеющие неразрешимую квазиэквациональную теорию и неразрешимую проблему вхождения для конечных систем?

Отметим, что проблема 2.4 имеет положительное решение в случае, когда $\mathbf{V}$ совпадает с тривиальным многообразием, а функтор F осуществляет конечно-конечное вложение $\mathbf{G}$ в $\mathbf{Q}$, см. [9].
2.8. Какие алгебраические решетки изоморфны решеткам относительных конгруэнций для квазимногообразий конечной сигнатуры?

Любая конечная решетка изоморфна решетке относительных конгруэнций для некоторого квазимногообразия конечной сигнатуры, см. [5, 10]. Результаты о представлении дистрибутивных алгебраических решеток как решеток конгруэнций алгебраических систем конечной сигнатуры можно найти в работах [2, 4, 11].

Литература

[1] M. E. Adams, W. Dziobiak, Q-universal quasivarieties of algebras, Proc. Amer. Math. Soc., **120** (1994), 1053–1059.

[2] J. Hyndman, J. B. Nation, J. Nishida, Congruence lattices of semilattices with operators,Stud. Log. **104** (2016), 305–316.

[3] V. Koubek, J. Sichler, On syncronized relatively full embeddings and Q-universality, Cahiers de Topologie

et Geometrie Differentielle Categoriques **XLIX**, 4 (2008), 289–306.

[4] W. A. Lampe, Results and problems on congruence lattice representations, Algebra Universalis **55** (2006), 127–135.

[5] A. M. Nurakunov, Finite lattices as relative congruence lattices of finite algebras, Algebra Universalis **57** (2007), 207–214.

[6] A. M. Nurakunov, Unreasonable lattices of quasivarieties, Internat. J. Algebra Comput. **22**, 3 (2012), 1–17.

[7] В. А. Горбунов, Алгебраическая теория квазимногообразий, Научная книга, Новосибирск, 1999; English translation: Plenum, New York, 1998.

[8] А. В. Кравченко, А. М. Нуракунов, М. В. Швидефски, О строении решеток квазимногообразий I. Независимая аксиоматизируемость, Алгебра и логика, принято к печати.

[9] А. В. Кравченко, А. М. Нуракунов, М. В. Швидефски, О строении решеток квазимногообразий II. Неразрешимые проблемы, Алгебра и логика, принято к печати.

[10] А. В. Кравченко, А. М. Нуракунов, М. В. Швидефски, О представимости конечных решеток, рукопись, 2018.

[11] А. Л. Попович, В. Б. Репницкий, О представлении решеток решетками конгруэнций полугрупп, Тр. ИММ УрО РАН **16**, 2 (2010), 199–208.

[12] В. И. Туманов, Конечные дистрибутивные решетки квазимногообразий, Алгебра и логика, **22** (1983), 168–181.

[13] М. В. Швидефски, О сложности строения решеток квазимногообразий, Алгебра и логика, **54** (2015), 381–398.

Вопросы Перязева Н. А.

2.9. Исследовать строение интервалов в решетке клонов ранга 3 между минимальными и максимальными клонами.

Количество таких непустых интервалов равно 708, они определены в статье [1]. Известно строения 15 конечных интервалов и нескольких бесконечных.

2.10. Найти все надминимальные клоны (то есть минимальные над минимальными) ранга 3.

2.11. Найти все непустые интервалы между надминимальными и подмаксимальными клонами ранга 3.

Всех подмаксимальных клонов ранга 3 равно 158, они приведены в книге [2]. Определение надминимальных клонов ранга 3 является содержанием предыдущей проблемы.

2.12. Совпадает ли алгебра унарных мультиопераций ранга 3 с множеством унарных мультиопераций, принадлежащих суперклону ранга 3, порожденных одним и тем же множеством унарных мультиопераций.

Все необходимые понятия и обсуждение этой проблемы содержатся в статье [3].

2.13. Вычислить все алгебры бинарных операций ранга 3.

Алгебра n-местных операций определяются как множество n-местных операций замкнутое относительно суперпозиций и содержащее операции проектирования. Алгебр унарных операций ранга 3 всего 699, они приведены в книге [2].

2.14. Получить конструктивное (без перебора) описание минимальных алгебр n-местных операций. Известно такое описание только для алгебр унарных операций.

2.15. Получить описание минимальных алгебр бинарных мультиопераций.

Описание минимальных алгебр унарных мультиопераций содержится в статье [4].

2.16. Изучить строение классов разбиения решетки клонов ранга 3 по алгебрам бинарных операций.

Отметим, что в случае алгебр унарных операций используется название моноидальные интервалы, которые изучались, например в статье [5].

2.17. Изучить строение классов разбиения решетки клонов ранга 3 по алгебрам унарных мультиопераций.

Всего алгебр унарных мультиопераций 2079040 штук, смотри ссылку в тезисах [6].

2.18. Определить все типы базисов полного суперклона ранга 3.

Для полного суперклона ранга 2 решение приведено в статье [7].

2.19. Изучить сравнение базисов по сложности в полных клонах ранга 3.

В полных клонах ранга 2 задача решена, смотри статью [8].

2.20. Изучить сравнение базисов по сложности в полных мультиклонах и суперклонах ранга 2.

Необходимые понятия по суперклонам можно посмотреть в статье [9]

2.21. Разработать теорию мультиалгебр (мультиалгебра как множество с определенными на нем мультиоперациями). Спектром периодической группы называется множество порядков её элементов.

Литература

[1] А. Малина, Н. А. Перязев, О включении минимальных клонов в максимальные // Синтаксис и семантика ло-

гических систем: материалы 5-й Российской школы-семинара. — Улан-Удэ: Изд-во БГУ, 2017, 62–68.

[2] D. Lau, Function Algebras on Finite Sets. — Springer-Verlag Berlin YeideWater Resourses Research, 2006.

[3] Н. А. Перязев, И. К. Шаранхаев, Алгебры мультиопераций, Algebra and Model Theory 11. Novosibirsk State Technical Univresity, 2017, 102–111.

[4] N. A. Peryazev, Yu. V. Peryazeva, I, K. Sharankhaev, Minimal Algebras of Unary Multioperations, Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics, **9**, 2, 2016, 220-–224.

[5] А. А. Крохин, Моноидальные интервалы в решетках клонов, Алгебра и логика, **34**, 3 (1995), 288–310.

[6] А. С. Казимиров, Н. А. Перязев, Алгебры унарных мультиопераций, Тезисы докладов Международной конференции «Мальцевские чтения», Новосибирск, 2013, 156.

[7] И. А, Яковчук, Типы базисов суперклонов ранга 2 // Известия Иркутского государственного университета, Серия «Математика», **6**, 2 (2013), 84–90.

[8] Д. Ю. Черухин, Алгоритмический критерий сравнения булевых базисов, Математические вопросы кибернетики. Вып. 8. М.: Наука, 1999, 77–122.

[9] Н. А. Перязев, И. К. Шаранхаев, Теория Галуа для клонов и суперклонов, Дискретная математика, **27**, 4 (2015), 79–93.

Вопросы Пинуса А.Г.

2.22. В работе [1] понятие алгебраического множества универсальной алгебры $\mathfrak{A} = \langle A; \sigma \rangle$ обобщено для любого функционального клона F на множестве A: подмножество $B \subseteq A^n$ называется алгебраическим для F, если оно является алгебраическим для алгебры $\mathfrak{A}_F = \langle A; F \rangle$ сигнатура которой состоит из всех функций входящих в F. Два клона F_1 и F_2 на множестве A алгебраически эквивалентны, если у них совпадают совокупности их алгебраических множеств. В той же работе [1] доказано, что для любого конечного множества A число попарно алгебраически не эквивалентных эквационально аддитивных клонов (определение см. в [1]) на A конечно. Остается открытым вопрос о конечности числа попарно алгебраически не эквивалентных произвольных клонов на конечных множествах A.

2.23. Для любого кардинала k через L_k обозначим решетку всех функциональных клонов на множестве мощности k. Найти критерий элементарной эквивалентности решеток вида L_k.

2.24. Определения верхне-неразложимой решетки и квазипростой универсальной алгебры даны в работе [2]. Решетка конгруэнций любой квазипростой алгебры алгебраична и верхне-неразложима. Верно ли обратное, что любая верхне-неразложимая алгебраическая решетка изоморфна решетке конгруэнций

некоторой квазипростой алгебры?

2.25. Через $Con\,\mathfrak{A}$ традиционно обозначим решетку конгруэнций универсальной алгебры $\mathfrak{A}$, через $Qord\,\mathfrak{A}$ решетку квазипорядков на $\mathfrak{A}$ (квазипорядков на основном множестве алгебры $\mathfrak{A}$ сохраняемых ее сигнатурными функциями, подробнее о $Qord\,\mathfrak{A}$ см., к примеру, [3]). В работе [4] доказано, что любая алгебраическая решетка L изоморфна решетке $Qord\,\mathfrak{A}$ для некоторой алгебры $\mathfrak{A}$ ($Qord\,\mathfrak{A} = Con\,\mathfrak{A}$ в этом доказательстве). Естественен вопрос описания пар $\langle L_1, L_2\rangle$ алгебраических решеток таких, что $L_2 \subseteq L_1$ и существует алгебра $\mathfrak{A}$ такая, что $\langle Qord\,\mathfrak{A}, Con\,\mathfrak{A}\rangle \cong \langle L_1, L_2\rangle$.

2.26. В связи с вопросом об инвариантах совокупностей позитивно-условно термальных функций универсальных алгебр было бы интересно описать пары $\langle S; H\rangle$ семейств S подмножеств множества A и семейств H отображений подмножеств из S на подобные же подмножества такие, что для некоторой универсальной алгебры $\mathfrak{A} = \langle A; \sigma\rangle$ имеют место равенства $S = Sub\,\mathfrak{A}$ и $H = Ihm\,\mathfrak{A}$, где $Sub\,\mathfrak{A}$ – решетка подалгебр, а $Ihm\,\mathfrak{A}$ - полугруппа внутренних гомоморфизмов алгебры $\mathfrak{A}$. Подробнее об этом см., к примеру, [5].

2.27. Пусть $\mathfrak{F}_{\mathfrak{m}}(k)$ — $\mathfrak{m}$-свободная k-порожденная алгебра для любых многообразий универсальных алгебр $\mathfrak{m}$ и кардиналов k. На совокупности всех бесконечных кардиналов определим отношения $\equiv^{\mathfrak{m}}_{Sub}$, $\equiv^{\mathfrak{m}}_{Con}$, $\equiv^{\mathfrak{m}}_{Aut}$ следующим образом: $k \equiv^{\mathfrak{m}}_{Sub} \lambda \Leftrightarrow Sub\,\mathfrak{F}_{\mathfrak{m}}(k) \equiv Sub\,\mathfrak{F}_{\mathfrak{m}}(\lambda)$;
$k \equiv^{\mathfrak{m}}_{Con} \lambda \Leftrightarrow Con\,\mathfrak{F}_{\mathfrak{m}}(k) \equiv Con\,\mathfrak{F}_{\mathfrak{m}}(\lambda)$; $k \equiv^{\mathfrak{m}}_{Aut} \lambda \Leftrightarrow Aut\,\mathfrak{F}_{\mathfrak{m}}(k) \equiv Aut\,\mathfrak{F}_{\mathfrak{m}}(\lambda)$, здесь $\equiv$ — отношение элементарной эквивалентности, $Sub\,\mathfrak{A}$, $Con\,\mathfrak{A}$ — решетки подалгебр и конгруэнций алгебры $\mathfrak{A}$ соответственно, а $Aut\,\mathfrak{A}$ — группа автоморфизмов этой алгебры. Отношения ∇, $\equiv_2$, $\equiv_p$ на классе всех бесконечных кардиналов определим следующим образом: $k \nabla \lambda$ для любых k, λ, $k \equiv_2 \lambda$ тогда и только тогда, когда теории кардиналов k и λ совпадают в полной логике второго порядка, $k \equiv_p \lambda$ тогда и только тогда, когда теории этих кардиналов совпадают в логике второго порядка с кванторами по перестановкам. Подробнее об этих эквивалентностях см. [6]. Остается открытым

вопрос: верно ли что для любого конечно базируемого многообразия $\mathfrak{M}$ универсальных алгебр имеют место включения $\equiv^{\mathfrak{m}}_{Sub}$, $\equiv^{\mathfrak{m}}_{Con}$, $\equiv^{\mathfrak{m}}_{Aut} \in \{\nabla, \equiv_p, \equiv_2\}$? Открытым является так же вопрос об описании троек отношений $\equiv^{i}_{\mathfrak{m}} \in \{\nabla, \equiv_p, \equiv_2\}$ таких, что $\langle \equiv^1, \equiv^2, \equiv^3 \rangle = \langle \equiv^{\mathfrak{m}}_{Sub}, \equiv^{\mathfrak{m}}_{Con}, \equiv^{\mathfrak{m}}_{Aut} \rangle$ для некоторого конечно базируемого многообразия $\mathfrak{m}$.

Литература

[1] А. Г. Пинус, Об алгебраически эквивалентных клонах, Алгебра и логика, **55**, 6 (2016), 760–768.

[2] А. Г. Пинус, О квазипростых алгебрах, Исследование алгебраических систем по свойствам их подсистем, Из-во УрГУ, Свердловск, 1987, 108–118.

[3] А. Г. Пинус, И. Хайда, О квазипорядквах на универсальных алгебрах, Алгебра и логика, **32**, 3 (1993), 308–325.

[4] А. Г. Пинус, О решетках квазипорядков на универсальных алгебрах, Алгебра и логика, **34**, 3 (1995), 327–328.

[5] А. Г. Пинус, Внутренние гомоморфизмы и позитивно условные термы, Алгебра и логика, **40**, 2 (2001), 158–173.

[6] Ю. М. Важенин, А. Г. Пинус, Элементарная классификация и разрешимость теорий производных структур, Успехи математических наук, **60**, 33 (2005), 3–40.

Вопросы Становского Д.

2.28. Park's conjecture: Let A be a finite algebra with finitely many fundamental operations such that the variety generated by

A has a finite residual bound. Then the equational theory of A is finitely based.

Commentary. Given a finite algebra A with finitely many fundamental operations, are the identities satisfied by A a logical consequence of a finite set of identites? Such a set would be called a finite basis for the equational theory of A. The first counterexample was given by Roger Lyndon in 1954, and many examples with particular properties followed, including a three-element groupoid found by Vadim Murskii in 1965. The story took a turnaround in 1970s, when Kirby Baker proved the first positive finite basis result: If the variety generated by A is congruence distributive, then A is finitely based. The proof uses an important property of finitely generated congruence distributive varieties: they contain only finitely many subdirectly irreducible algebras, all of them finite; such varieties are said to have a finite residual bound. In his 1976 Ph.D. thesis, Robert Park presented the conjecture stated above, without much of an evidence. Yet, it remains open until today. It was subsequently confirmed under several weaker assumptions, for example, congruence modularity by Ralph McKenzie in 1987, congruence meet-semidistributivity by Keith Kearnes in 2000, or, most recently, for algebras which admit a difference term (Kearnes, Szendrei and Willard, 2013).

References: [1, 2].

Литература

[1] R. Willard, The finite basis problem, Contributions to general algebra, Heyn, Klagenfurt, **15** (2004), 199–206.

[2] K. Kearnes, A. Szendrei, R. Willard, A finite basis theorem for difference-term varieties with a finite residual bound. Trans. Amer. Math. Soc. **368**, 3 (2016), 2115–2143.

3. Вопросы по теоретико-модельной алгебре

Вопросы Аладовой Е.

Denote by $tp(\mu)$ the model theoretical type of μ and by $LKer(\mu)$ the logically geometrical type.

Definition. An algebra H is called *logically homogeneous* if for every two points $\mu_1, \mu_2 \in H^n$ whenever $tp(\mu_1) = tp(\mu_2)$, then there exists an automorphism σ of H such that $\sigma \circ \mu_1 = \mu_2$.

It is known that finitely generated free groups [1, 2] are logically homogeneous.

The following problems for free groups and algebras remain still open.

3.1. Is it true that finitely generated free solvable groups are logically homogeneous? The same questions are actual for other well-known free algebras.

3.2. Is it true that finitely generated free associative and commutative algebras over a field are logically homogeneous?

3.3. Is it true that finitely generated (n-nilpotent, n-solvable) free associative algebras over a field are logically homogeneous?

3.4. Is it true that finitely generated (n-nilpotent, n-solvable) free Lie algebras over a field are logically homogeneous?

Литература

[1] A. Ould Houcine, Homogenity and prime models in torsion-free hyperbolic groups, Confluentes Mathematici, **3** (2011), 121–155.

[2] C. Perin, R. Sklinos, Homogenety in the free group, Duke Math. J., **161** (2012), 2635–2668.

Вопросы Верникова Б. М.

3.5. Инволюторной полугруппой называется полугруппа с дополнительной сигнатурной унарной операцией * такой, что $(x^*)^* = x$ и $(xy)^* = y^*x^*$. Описать многообразия инволюторных полугрупп с модулярной решеткой подмногообразий.
3.6. Описать многообразия моноидов с модулярной решеткой подмногообразий.
3.7. Элемент x решетки $\langle L; \vee, \wedge\rangle$ называется *дистрибутивным*, если
$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$
для всех $y, z \in L$. Описать дистрибутивные элементы решетки многообразий моноидов.

Вопросы Зенкова А. В.

Напомним, что *m-группой* называется алгебраическая система G сигнатуры $m = \langle \cdot, e, ^{-1}, \vee, \wedge, \,_*\rangle$, где $\langle G, \cdot, e, ^{-1}, \vee, \wedge\rangle$ является ℓ-группой и одноместная операция $_*$ есть автоморфизм второго порядка группы $\langle G, \cdot, e, ^{-1}\rangle$ и антиизоморфизм решетки $\langle G, \vee, \wedge\rangle$, т.е. для любых $x, y \in G$ верны соотношения $(xy)_* = x_*y_*, (x_*)_* = x, (x \vee y)_* = x_* \wedge y_*, (x \wedge y)_* = x_* \vee y_*$. В дальнейшем m-группу G с фиксированным автоморфизмом $_*$ записываем *как пару* $(G, _*)$. Класс $\mathcal{M}$ всех m-групп образует многообразие сигнатуры m. Множество всех многообразий m-групп M является частично упорядоченным множеством относительно теоретико-множественного включения. Более того, M есть решетка относительно естественно определенных операций пересечения и объединения многообразий m-групп. Выделим основные элементы M – тривиальное многообразие m-групп $\mathcal{E}$, которое является наименьшим элементом этой решетки; многообразие m-групп $\mathcal{I}$, определяемое тождеством $x_* = x^{-1}$; многообразие абелевых m-групп $\mathcal{A}$; многообразие всех нормальнозначных m-групп $\mathcal{N}$, которое задается тождеством $|x||y| \wedge |y|^2|x|^2 = |x||y|$ и которе является наибольшим нетривиальным элементом решетки M.

Основные вопросы связаны с изучением строения решетки M и вытекающими отсюда свойствами m-групп.

Будем говорить, что многообразие m-групп $\mathcal{X}$ является *накрытием* многообразия m-групп $\mathcal{Y}$, если $\mathcal{Y} \subsetneqq \mathcal{X}$ и для любого многообразия m-групп $\mathcal{Z}$ такого, что $\mathcal{Y} \subseteqq \mathcal{Z} \subseteqq \mathcal{X}$ выполнено $\mathcal{Z} = \mathcal{Y}$, либо $\mathcal{Z} = \mathcal{X}$. В этом направлении представляют интерес следующие вопросы.

3.8. Обладает ли решетка M свойством накрытия, т.е. для каждого ли многообразия m-групп найдется многообразие, его накрывающее?

3.9. Описать накрытия многообразия всех абелевых m-групп $\mathcal{A}$.

Комментарий. Жираде М. и Рахунек Й. в [2] показали, что многообразие m-групп $\mathcal{I}$ является накрытием $\mathcal{E}$ и многообразие всех абелевых m-групп $\mathcal{A}$ накрывает $\mathcal{I}$. Далее, Зенков А. В. в [3] получил полное описание накрытий $\mathcal{I}$. В работе [4] Исаева О. В. построила счетную серию накрытий $\mathcal{A}$.

Другое направление исследований связано с изучением идемпотентов M. Представляется очень вероятным, что их полное описание связано с построением многообразий из $\mathcal{I}$ и $\mathcal{A}$ при помощи операции произведения многообразий. Например, пусть ε — произвольная *периодическая* последовательность из 0 и 1. Обозначим через ε_n начальный отрезок длины n последовательности ε и зададим многообразие $\mathcal{X}_{\varepsilon_n} = \mathcal{X}_1 \cdot \ldots \cdot \mathcal{X}_i \cdot \ldots \cdot \mathcal{X}_n$, где $\mathcal{X}_i = \mathcal{I}$, если $\varepsilon_i = 0$ и $\mathcal{X}_i = \mathcal{A}$, если $\varepsilon_i = 1$. Тогда можно показать, что многообразие $\mathcal{X}_\varepsilon = \bigvee\limits_{n \in N} \mathcal{X}_{\varepsilon_n}$ есть идемпотент. Теперь естественными представляются следующие вопросы.

3.10. Верно ли, что различные (периодические) последовательности задают различные многообразия?

3.11. Всякий ли идемпотент может быть получен подобным образом?

3.12. Верно ли $\mathcal{N} = \bigvee\limits_{n \in N} \mathcal{A}^n$?

Комментарий. На сегодня известны только два идемпотента, а именно, многообразие всех нормальнозначных m-групп $\mathcal{N}$, что вытекает из работы Копытова В. М. и Рахунека Й. [1] и многообразие $\bigvee\limits_{n \in N} \mathcal{I}^n$. Ясно, что последнему многообразию соответствует периодическая последовательность из нулей.

Литература

[1] В. М. Копытов, Й. Рахунек, Наибольшее собственное многообразие m-групп, Алгебра и логика, **42**, 5 (2003), 624–635.

[2] M. Giraudet, J. Rachunek, Varieties of half lattice-ordered groups of monotonic permutations of chains, Czech. Math. J., **49** , 124 (1999), 743–766.

[3] А. В. Зенков, О минимальных многообразиях m-групп, Сиб. матем. журнал, **50**, 6 (2009), 1328–1332.

[4] О. В. Исаева, Накрытия в решетке многообразий m-групп, Алгебра и теория моделей 4, Новосибирск, НГТУ, 2003, 35–43.

Вопросы Судоплатова С. В.

3.13. Существует ли тригонометрия группы $\mathbb{Z}$ на проективной плоскости?

3.14. Существуют ли полигонометрии групп $\mathbb{Z}_p$ (где p — простое число, $p \geq 5$) с особыми элементами?

3.15. Существуют ли две конечные полигонометрии, не вложимые в некоторую общую конечную полигонометрию?

3.16. Будет ли любой конечный граф вложим в некоторую конечную полигонометрию?

3.17. Проблема классификации конечных полигонометрий и проблема описания числа связных конечных полигонометрий $\mathrm{pm} = \mathrm{pm}(G_1, G_2, \mathcal{P})$ как функции, зависящей от $|G_1|$, $|G_2|$ и $d(\mathrm{pm})$.

3.18. Какие основные свойства универсальных алгебр могут быть проинтерпретированы в виде свойств частичных алгебр, ассоциированных с полигонометриями пар групп?

3.19. Проблема классификации групп автоморфизмов конечных полигонометрий.

3.20. Проблема описания функций спектра полигонометрических теорий.

3.21. Существует ли тригонометрия пары (коммутативное кольцо с единицей, группа), обладающая свойством подобия и не вложимая ни в какую SC-тригонометрию со свойством подобия?

3.22. Нахождение критериев изоморфизма и вложимости для обобщенных полигонометрий.

Вопросы 3.13–3.22, вместе с сопутствующими определениями, представлены в монографии [1].

Литература

[1] Судоплатов С.В. Полигонометрии групп. — Новосибирск: НГТУ, 2013.

Вопросы Тимошенко Е. И.

Группа G принадлежит классу групп QFA, если она бесконечна; конечно порождена; существует предложение φ групповой сигнатуры, принадлежащее теории группы G, такое что для любой конечно порожденной группы H верна импликация $H \models \varphi \Longrightarrow H \cong G$ (см. [1]).

3.23. Верно ли, что конечно порожденная, свободная, метабелева группа принадлежит классу QFA? Этот же вопрос для дискретного сплетения двух свободных абелевых групп конечного ранга.

Литература

[1] A. Nise, Separating classes of groups by first-order formulas, International Journal of Algebra and Computations, **13**, 3 (2003), 287–302).

Вопросы Шахрияри М.

3.24. Let φ be a first order sentence in the language of groups $\mathcal{L} = (1, ^{-1}, \cdot)$. We say that φ belongs to the strict theory of trivial group, if it is only true in the trivial group. What can be said about the decidability of the *strict theory* of the trivial group? If we restrict ourself to strict identities (group identities which are true only in trivial group) then by an elementary argument we can classify all such laws. Is it possible to classify all strict quasi-identities of the trivial group? Note that one can not formulate a similar problem for nontrivial groups.

4. Вопросы по классическим алгебрам

Вопросы Галановой Н. Ю.

В теории линейно упорядоченных полей известны различные классификации сечений, позволяющие исследовать линейно упорядоченные поля и доказывать их изоморфизм [1, 2, 3, 4].

4.1. Существует ли линейно упорядоченное поле с симметричными (по Пестову) сечениями разной конфинальности?

4.2. Будут ли упорядоченно изоморфны вещественные замыкания простых трансцендентных расширений полей ограниченных формальных степенных рядов $\overline{\mathbf{R}[[G,\beta]](t)}$ и $\overline{\mathbf{R}[[G,\beta^{+}]](t)}$, где $G-$ линейно упорядоченная делимая абелева группа, $\beta-$ регулярный кардинал , $\aleph_0 < \beta < \beta^{+} = cf(G) = |G|$, $t \in \mathbf{R}[[G]] \backslash \mathbf{R}[[G,\beta^{+}]]$ и $supp(t)$ инверсно подобен β^{+}, при ОКГ?

4.3. H. J. Dales и H. Woodin ввели полу-η_1 поля, как обобщение η_1-полей, а также β_1-супер-вещественные поля. При определённых условиях они реализуются как поля ограниченных формальных степенных рядов. Существует ли β_1-супер-вещественное поле, которое не является полу-η_1 полем в классе ограниченных формальных степенных рядов $\mathbf{R}[[G,\aleph_1]]$, $\aleph_1 = |G|$, принимая континуум-гипотезу? Известно [5] что в этом классе содержатся все супер-вещественные поля, являющиеся одновременно полу-η_1 и β_1-полями.

Литература

[1] H. J. Dales, H. Woodin, Super real fields, Oxford: Clarenden Press, 1996.

[2] S. Shelah, Dependent first order theories, continued, Israel J. Math., **173** (2009), 1–60.

[3] Г. Г. Пестов, Исследования по упорядоченным группам и полям в Томском государственном университете// Вестник Томского государственного университета. Математика и механика, 3(15), 2011.

[4] Н. Ю. Галанова, Линейно упорядоченные поля с симметричными сечениями // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика, **46** (2017), 14–20, DOI:10.17223/19988621/46/2.

[5] N. Yu. Galanova, Symmetric and asymmetric gaps in some fields of formal power series // Serdica Math., **30** (2004), 495–504.

Вопросы Губарева В. Ю.

4.4. Пусть F — поле характеристики 0. Описать

а) все операторы Роты — Бакстера на $M_3(F)$,

б) все операторы Роты — Бакстера на $M_n(F)$ для произвольного n, переводящие диагональные матрицы в диагональные,

в) все операторы Роты — Бакстера на $M_n(F)$ для произвольного n.

Все операторы Роты — Бакстера на $M_2(\mathbb{C})$ нулевого веса были описаны в [4, 8], ненулевого веса — в [5]. Все операторы

Роты — Бакстера на $M_3(\mathbb{C})$ нулевого веса, соответствующие кососиметрическим решениям ассоциативного уравнения Янга — Бакстера, были найдены в [3].

В ненулевом весе все операторы Роты — Бакстера на $M_2(\mathbb{C})$ были фактически описаны в [5], на $\mathrm{sl}_3(\mathbb{C})$ — в [1, 2].

4.5. Пусть F — поле характеристики 0. В [7] было доказано, что все операторы Роты — Бакстера нулевого веса на произвольной унитальной ассоциативной (альтернативной, йордановой) алгебраической алгебре нильпотентны ограниченной ниль-степени. Определим РБ-индекс $\mathrm{rb}(A)$ для алгебры A как $\min\{n \in \mathbb{N} \mid R^n = 0$ для всех операторов Роты — Бакстера веса 0 на $A\}$.

Вычислить РБ-индекс для

а) алгебры Грассмана Gr_n,

б) простой йордановой алгебры Алберта,

в) простой йордановой алгебры эрмитова типа.

В [6] был вычислен РБ-индекс простой йордановой алгебры невырожденной билинейной формы. В [7] было доказано, что $\mathrm{rb}(M_n(F)) \in \{2n-1, 2n\}$. Там же было показано, что $\mathrm{rb}(\mathrm{Gr}_2) = 2$, $\mathrm{rb}(\mathrm{Gr}_3) = 3$, а для алгебры Алберта выполнены неравенства $5 \leq \mathrm{rb}(A) \leq 8$.

Литература

[1] Е. И. Коновалова, Разложение $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ в прямую сумму подалгебр Ли как линейных подпространств, Вестник СамГУ, **57**, 7 (2007), 63–72.

[2] Е. И. Коновалова, Решения модифицированного классического уравнения Янга — Бакстера для алгебры Ли $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$, Вестник СамГУ, **65**, 6 (2008), 90–104.

[3] В. В. Соколов, Классификация постоянных решений ассоциативного уравнения Янга — Бакстера на алгебре Mat_3, ТМФ, **176**, 3 (2013), 385–392.

[4] M Aguiar, Infinitesimal Hopf algebras, Contemp. Math., **267** (2000), 1–30.

[5] P. Benito, V. Gubarev, A. Pozhidaev, Rota—Baxter operators on quadratic algebras, `arXiv:1801.07037 [math.RA]`, 23 p. (under the review in Mediterr. J. Math.).

[6] V. Gubarev, Rota—Baxter operators of weight zero on simple Jordan algebra of Clifford type, Sib. Electron. Math. Reports, **14** (2017), 1524–1532.

[7] V. Gubarev, Rota—Baxter operators on unital algebras, Preprint, 32 p.

[8] X. Tang, Y. Zhang, and Q. Sun, Rota-Baxter operators on 4-dimensional complex simple associative algebras, Appl. Math. Comp., **229** (2014), 173–186.

Вопросы Мазурова В. Д.

Спектром периодической группы называется множество порядков её элементов.

4.6. Пусть спектр группы совпадает с множеством $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Верно ли, что эта группа изоморфна знакопеременной группе A_7? Для конечной группы это так.

4.7. Верно ли, что конечная группа, спектр которой совпадает со спектром группы A автоморфизмов второй спорадической группы Янко J_2 изоморфна A? Для всех остальных простых спорадических групп соответствующее утверждение справедливо.

Вопросы Поповой А. М., Грачева Е. В.

Пусть $h = \Sigma\alpha_g g \in \mathbb{Z}G$. Обозначим $\varepsilon(h) = \Sigma\alpha_g$. Автоморфизм $\theta \in \operatorname{Aut}\mathbb{Z}G$ называется *нормализованным*, если $\varepsilon(\theta(g)) = 1$, для любого $g \in G$.

Гипотеза Цассенхауза (об автоморфизмах). *Для любого нормализованного автоморфизма $\theta : \mathbb{Z}G \to \mathbb{Z}G$ существует единица рациональной групповой алгебры $\alpha \in \mathbb{Q}G$ и групповой автоморфизм $\sigma \in \operatorname{Aut} G$ такие, что $\theta(g) = \alpha^{-1}\sigma(g)\alpha$, для любого $g \in G$.*

К этой гипотезе построено несколько контрпримеров ([1]–[4]).

Авторами была доказана справедливость гипотезы Цассенхауза для колец $\mathbb{Z}A_4$, $\mathbb{Z}A_5$, $\mathbb{Z}A_6$ ([5,6]). Петерсон доказал справедливость этой гипотезы для целочисленных групповых колец симметрических групп ([7]).

4.8. Для конечной группы G построить алгоритм, отвечающий на вопрос, справедлива ли гипотеза Цассенхауза для кольца $\mathbb{Z}G$.

Литература

[1] M. A. Hertweck, Counter-example to the isomorphism problem for integral group rings // Annals of Mathematics, **154** (2001), 115–138.

[2] M. A. Hertweck, Integral group ring automorphisms without Zassenhaus factorization, Illinois Journal of Mathematics, **46**, 1 (2002), 233–245.

[3] L. Klingler, Construction of a counterexample to a conjecture of Zassenhaus, Comm. Algebra, **19** (1991), 2303–2330.

[4] K. W. Roggenkamp, L. L. Scott, On a conjecture of Zassenhaus for finite group rings // manuscript, November 1988.

[5] A. M. Попова, Группа автоморфизмов кольца ZA_4, Фундаментальная и прикладная математика, **14**, 5(2008), 185–189.

[6] Е. В. Грачев, А. М. Попова, Автоморфизмы целочисленных групповых колец, Algebra and Model Theory 10, Новосибирск, 2015, 85–91.

[7] G. L. Petersen Automorphisms of the integral group ring of S_n, Proc. Amer. Math. Soc, **59**, 1, August 1976.

Вопросы Чуркина В. А.

4.9. Улам [1] отметил ряд проблем об изоморфном вложении групп Ли в группу перестановок счетного множества. Часть из них решена положительно, в частности, для линейных групп Ли (см., например, [2]). Для нелинейных групп Ли проблема вложения остается нерешенной. Предлагается несколько более частных и более общих задач в том же направлении.

Вкладываются ли изоморфно в группу перестановок счетного множества следующие группы:

а) фактор-группа нильпотентной группы вещественных унитреугольных матриц порядка 3 по нетривиальной дискретной подгруппе ее центра;

б) универсальная накрывающая группа для унимодулярной группы $SL_2(\mathbb{R})$;

в) группы Стейнберга над континуальным полем;

г) группа унитарных операторов сепарабельного гильбертова пространства ?

4.10. Группа движений псевдоевклидова пространства $\mathbb{R}^{p,q}$ называется кристаллографической, если ее пересечение с подгруппой трансляций является решеткой, т. е. порождается сдвигами на векторы подходящего базиса пространства. Известно, что абстрактные автоморфизмы таких групп сохраняют решетку трансляций при $\min(p, q) \leqslant 2$, в противном случае существует кристаллографическая группа с двумя возможными решетками при двух реализациях группы в качестве кристаллографической (см., например, [3, 4]).

Верно ли, что любая кристаллографическая группа движений псевдоевклидова пространства может содержать только конечное число возможных решеток при ее реализациях в качестве кристаллографической?

4.11. Для классических вещественных простых расщепимых матричных алгебр Ли вычислена доля объема множества матриц с вещественным спектром в объеме шара матриц ограниченной евклидовой нормы (см. [5, 6, 7]). Здесь норма определяется условием, что максимальная компактная подгруппа в соответствующей группе Ли состоит из ортогональных матриц.

Решить аналогичную задачу в случае а) исключительных вещественных простых расщепимых алгебр Ли, б) матриц с чисто мнимым спектром.

Литература

[1] С. Улам, Нерешенные математические задачи// Наука, М., 1964.

[2] Ю. Л. Ершов, В. А. Чуркин, Об одной задаче Улама, Доклады Академии наук, **399**, 3 (2004), 307–309.

[3] В. А. Чуркин, Ослабленная теорема Бибербаха для кристаллографических групп в псевдоевклидовых пространствах, Сибирский матем. ж., **51**, 3 (2010), 700–714.

[4] В. А. Чуркин, Кристаллографические группы с двумя решетками и метрические алгебры Ли, Алгебра и логика, **52**, 6 (2013), 772–776.

[5] A. Edelman, The probability that a real random Gaussian matrix has k real eigenvalues, related distributions and the circular law, J. Multivariate Anal., **60** (1997), 203–232.

[6] А. С. Кривоногов, В. А. Чуркин, Доля матриц с вещественным спектром в алгебре Ли вещественной симплектической группы, Сибирский матем. ж., **55**, 6 (2014), 1297–1314.

[7] А. С. Кривоногов, В. А. Чуркин, Доля матриц с вещественным спектром в вещественной ортогональной алгебре Ли, Сибирский матем. ж., **57**, 2 (2016), 388–409.

Информация об авторах вопросов

1. **Бекенов Махсут Искандерович**, Астана, Казахстан, Евроазийский национальный университет, bekenov50@mail.ru, стр. 5.

2. **Вербовский Виктор Валериевич**, Алматы, Казахстан, Университет Сулеймана Демиреля, viktor.verbovskiy@gmail.com, стр. 6.

3. **Верников Борис Муневич**, Екатеринбург, Россия, Уральский Федеральный университет, bvernikov@gmail.com, стр. 23.

4. **Галанова Наталья Юрьевна**, Томск, Томский гос. университет, galanova@math.tsu.ru, стр. 29.

5. **Грачев Евгений Владимирович**, Новосибирск, Россия, Институт неорганической химии СО РАН, gracheve@mail.ru, стр. 33.

6. **Губарев Всеволод Юрьевич**, Новосибирск, Россия, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, vsevolodgu@math.nsc.ru, стр.30.

7. **Зенков Алексей Владимирович**, Барнаул, Россия, Алтайский гос. аграрный университет, alexey_zenkov@yahoo.com, стр. 23.

8. **Кравченко Александр Владимирович**, Новосибирск, Россия, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский гос. университет, Новосибирский гос. технический университет, a.v.kravchenko@mail.ru, стр.11.

9. **Кулпешов Бейбут Шайыкович**, Алматы, Казахстан, Международный университет информационных технологий, b.kulpeshov@iitu.kz, стр. 7.
10. **Мазуров Виктор Данилович**, Новосибирск, Россия, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский гос. университет, mazurov@math.nsc.ru, стр. 32.
11. **Нуракунов Анвар Мухпарович**, Бишкек, Кыргызстан,
Институт математики НАН РК,
a.nurakunov@gmail.com, стр. 11.
12. **Палютин Евгений Андреевич**, Новосибирск, Россия, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский гос. университет, palyutin@math.nsc.ru, стр. 7.
13. **Перязев Николай Алексеевич**, Санкт-Петербург, Россия, Санкт-Петербургский гос. электротехнический университет, nikolai_baikal@gmail.com, стр. 15.
14. **Попова Ася Михайловна**, Новосибирск, Россия, Новосибирский гос. технический университет, ampopova@ngs.ru, стр. 33.
15. **Пинус Александр Георгиевич**, Новосибирск, Россия, Новосибирский гос. технический университет, ag.pinus@gmail.com, стр. 8, 18.
16. **Пузаренко Вадим Григорьевич**, Новосибирск, Россия, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский гос. университет, vargig@math.nsc.ru, стр. 9.

17. **Судоплатов Сергей Владимирович**, Новосибирск, Россия, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский гос. университет, Новосибирский гос. технический университет, sudoplat@math.nsc.ru, стр. 9, 26.

18. **Тимошенко Евгений Иосифович**, Новосибирск, Россия, Новосибирский гос. технический университет, etim45@gmail.com, стр. 27.

19. **Чуркин Валерий Авдеевич**, Новосибирск, Россия, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский гос. университет, churkin@math.nsc.ru, стр. 34.

20. **Швидевски Марина Владимировна**, Новосибирск, Россия, Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский гос. университет, semenova@math.nsc.ru, стр. 11.

21. **Aladova Elena**, Rio Grande, Brazil, Federal University of Rio Grande do Norte, aladovael@mail.ru, стр. 22.

22. **Stanovsky David**, Prague, Czech Republic, Charles university, stanovsk@karlin.mff.cuni.cz, стр. 20.

23. **Shahryari Mohammad**, Tabriz, Iran, University of Tabriz, mshahryari@tabrizu.ac.ir, стр. 28.

Эрлагольская тетрадь

Избранные открытые вопросы по алгебре и теории моделей, поставленные участниками Эрлагольских школ-конференций.

составители: А. Г. Пинус, Е. Н. Порошенко, С. В. Судоплатов

технический редактор О. Ю. Бреднихина

Подписано к печати 10.05.2018. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная.
Тираж 100 экз. Уч.-изд.л. 2,32. Печ.л. 2,5. Изд. № 133.
Заказ № 746.

Отпечатано в типографии Новосибирского государственного технического университета
630073, г.Новосибирск, пр. К.Маркса, 20